



UPDATE: PARALLELISIERUNG VON MECHANISCHEN MODELLEN - NUMERISCHE ANSÄTZE

Michael Klöppel, Philipp Schulz

Modelisax, Dresden, 10.06.15

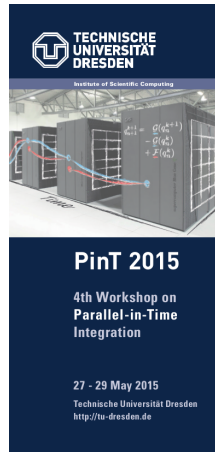
PinT-Konferenz 2015

27.05.15 - 29.05.15

www.tu-dresden.de/pint2015

Eingeladene Vortragende:

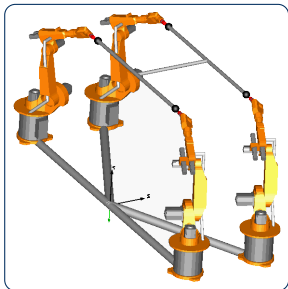
- Martin Arnold: Functional Mockup Interface (FMI): A framework for coarse-grained parallel time integration in nonlinear system dynamics
- Martin J. Gander
- Michael L. Minion
- Hilary Weller
- Beth Wingate



The poster features the TU Dresden logo and name at the top. Below it is the text 'Institute of Scientific Computing'. The central image shows a server room with a grid of server racks. A blue and red line graph is overlaid on the server racks, with a blue dot at the end of the line. To the right of the server racks, the mathematical equation
$$d_t^{i+1} = \frac{G(u_t^{i+1})}{-G(u_t^i)} + F(u_t^i)$$
 is displayed. At the bottom, the text reads 'PinT 2015', '4th Workshop on Parallel-in-Time Integration', '27 - 29 May 2015', 'Technische Universität Dresden', and 'http://tu-dresden.de'.

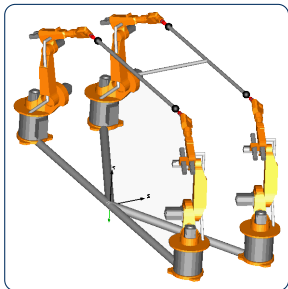
- 1 Motivation
- 2 Taskgraphparallelisierung für das N-Pendel
- 3 Modellproblem: Masse-Feder-Dämpfer Netzwerk
- 4 Zusammenfassung und Ausblick

Motivation



Modell

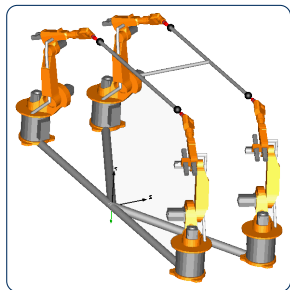
Motivation



Modell

OpenModelica,
SimulationX,
Dymola,...

Motivation

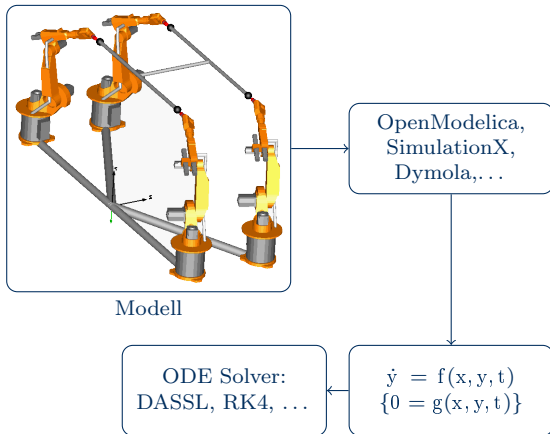


Modell

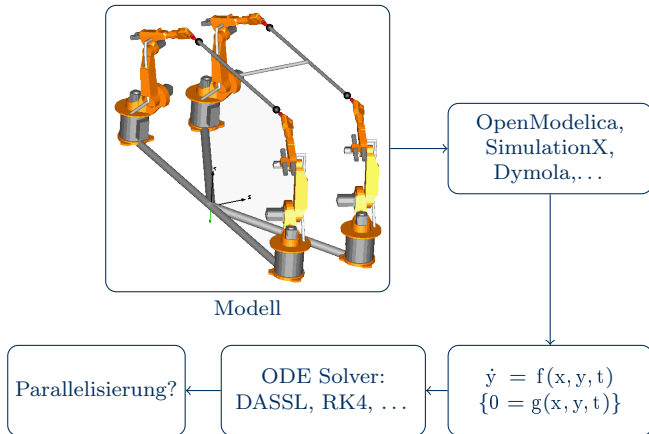
OpenModelica,
SimulationX,
Dymola,...

$$\begin{aligned} \dot{y} &= f(x, y, t) \\ \{0 &= g(x, y, t)\} \end{aligned}$$

Motivation

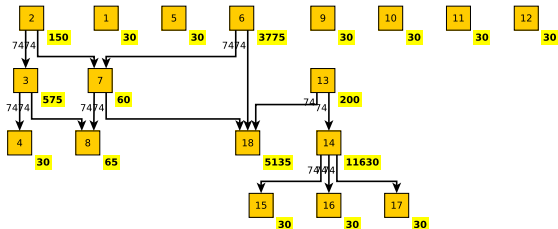


Motivation



Parallelisierung der rechten Seite

Ansatz: Taskgraph-Parallelisierung



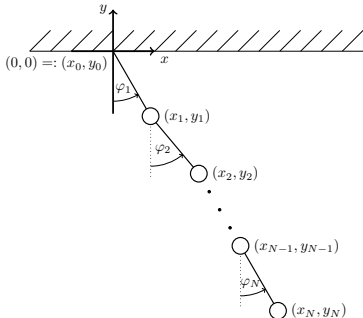
Mögliche Scheduling-Ansätze: Level-Scheduling, Modified Critical Path, ...

Parallelisierung der rechen Seite - Ergebnisse

Modell	Speedup (bei 6 Prozessorkernen)
BranchingDynamicPipes	4.34
CauerLowPassSC	2.31
NPendulum (N=50)	1.08

Modellproblem: N-Pendel

- $N = 100$
- Löser: DASSL
- nutzt implizite Formulierung, d.h. DASSL bekommt nur Residuum $\dot{y} - f(x, y, t)$
- Parallisierung: OpenMP



Das N-Pendel

In Polarkoordinaten (semi-implizit)

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi \\ M(\varphi)^{-1} F(\varphi, \psi) \end{pmatrix}$$

Das N-Pendel

In Polarkoordinaten (semi-implizit)

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & M(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi \\ F(\varphi, \psi) \end{pmatrix}$$

mit $M(\varphi) \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $F(\varphi, \dot{\varphi}) \in \mathbb{R}^N$ definiert durch

$$M_{jk}(\varphi) = (N - \max\{j, k\} + 1) \cdot \cos(\varphi_k - \varphi_j)$$

und

$$\begin{aligned} F_j(\varphi, \dot{\varphi}) = & \frac{g}{l} (N - j + 1) \sin \varphi_j + (N - j + 1) \sum_{k=1}^{j-1} \sin(\varphi_k - \varphi_j) \dot{\varphi}_k^2 \\ & + \sum_{k=j+1}^N (N - k + 1) \sin(\varphi_k - \varphi_j) \dot{\varphi}_k^2 \end{aligned}$$

Weitere Verbesserungen an DASSL

Iterationsmatrix in Newton-Verfahren hat die Form

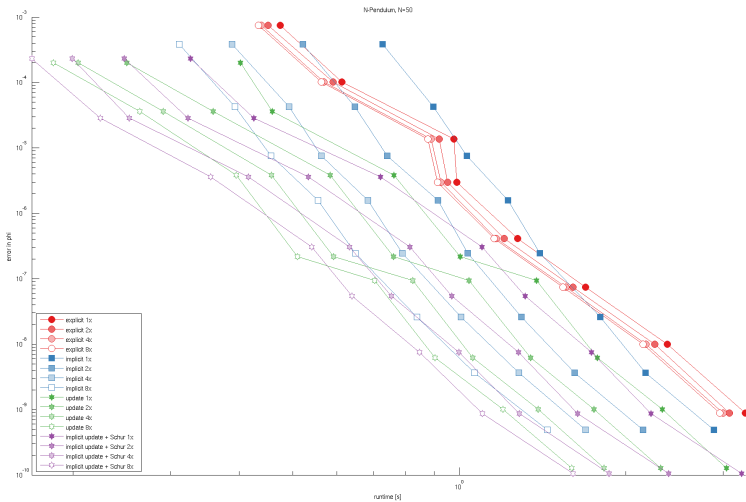
$$\Gamma = \begin{pmatrix} I & \gamma I \\ A & B \end{pmatrix},$$

mit $\gamma \in \mathbb{R}$, $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$

Mit Schurkomplement

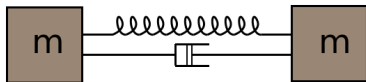
$$\Gamma \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (B - \gamma A)x_2 = b_2 - Ab_1, \quad x_1 = b_1 - \gamma x_2$$

Semi-implizite Formulierung



Modellproblem: Masse-Feder-Dämpfer Netzwerk

- Größe: 30×30
- Solver: DASSL (BDF)
- Parallelisierung: OpenMP

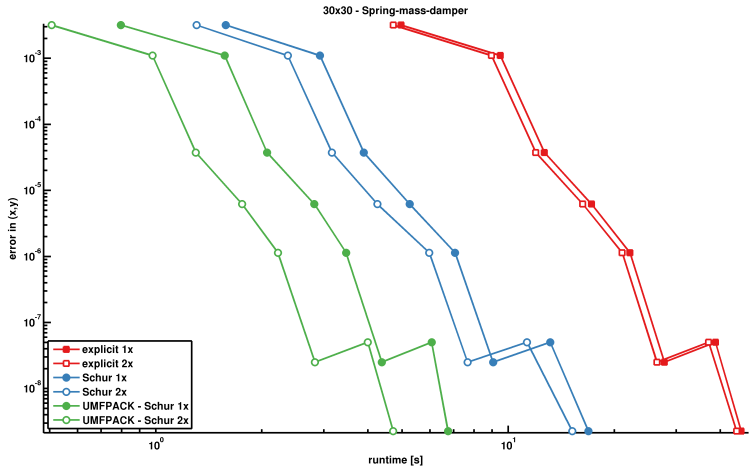


$$\begin{pmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ M^{-1} F(\eta, \xi) \end{pmatrix},$$

where $M \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $F(\eta, \xi) \in \mathbb{R}^N$ with $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_{N \times N})$ and

$$F_j(\eta, \xi) = \sum_{i \in N(j)} \left[-k_{ij} \frac{\eta_i - \eta_j}{\|\eta_i - \eta_j\|} (\|\eta_i - \eta_j\| - l_{ij}) - \mu_{ij} (\xi_i - \xi_j) \right]$$

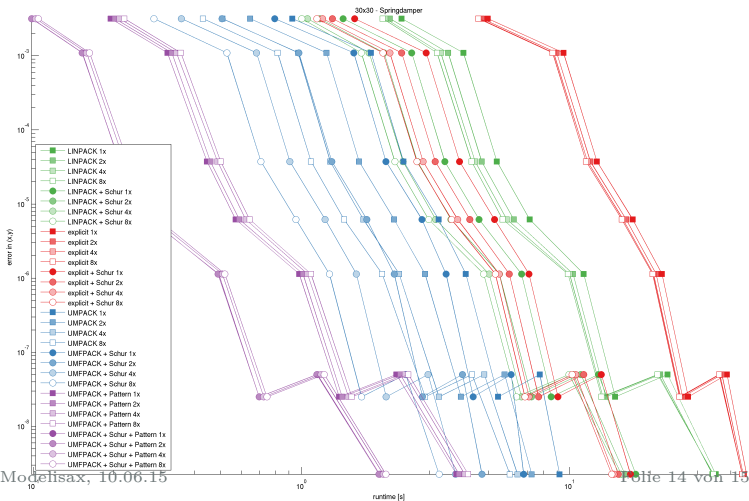
Ergebnisse



Idee vom letzten Mal:

- Wenn sparsity-Pattern bekannt, dann kann Jacobi-Matrix effizienter bestimmt werden
- Bei der numerischen Bestimmung der rechten Seite muss nicht immer eine komplette rechte Seite ausgewertet werden
- Im gegebenen Beispiel: Funktionsauswertungen werden von 900 auf 5 reduziert
- Zusätzlich möglich: Colored Jacobian

Ergebnisse



Zusammenfassung & Ausblick

Zusammenfassung:

- Modifikationen am Solver (Schurkomplement, semi-implizite Formulierung, Umpack bei Sparse Jacobi) erlauben generell den (effizienten) Einsatz von Taskgraph-Parallelisierung
- Weitere Modifikation am Solver (Sparse Jacobi) können bei bestimmten Problemen das parallele Potential verringern

Ausblick:

- Wird aktuell in OpenModelica implementiert (Dymola besitzt vermutlich ähnliche Strategien)

M. Arnold, A. Fuchs, C. Führer: Efficient corrector iteration for DAE time integration in multibody dynamics. - Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. 195:6958-6973. - 2006.